

Научная статья
УДК 517.3
EDN VRVYXG

Применение интегрального исчисления при подготовке студентов инженерных специальностей

Евгения Александровна Борисенко, кандидат физико-математических наук,
доцент

Дальневосточный государственный аграрный университет
Амурская область, Благовещенск, Россия, evgpodolko@mail.ru

Аннотация. Прикладная направленность математики охватывает широкий спектр дисциплин и практических приложений. В статье рассмотрено применение интегрального исчисления при подготовке студентов инженерных специальностей. Представлены задачи с решениями, которые могут использоваться на учебных занятиях обучающимися.

Ключевые слова: высшее образование, инженерные специальности, математика, интегральное исчисление

Для цитирования: Борисенко Е. А. Применение интегрального исчисления при подготовке студентов инженерных специальностей // Актуальные вопросы энергетики в АПК : материалы всерос. (нац.) науч.-практ. конф. (Благовещенск, 19 декабря 2024 г.). Благовещенск : Дальневосточный ГАУ, 2025. С. 302–307.

Original article

The use of integral calculus in the preparation of engineering students

Evgeniya A. Borisenko, Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor

Far Eastern State Agrarian University, Amur region, Blagoveshchensk, Russia
evgpodolko@mail.ru

Abstract. The applied focus of mathematics covers a wide range of disciplines and practical applications. The article discusses the application of integral calculus in the preparation of engineering students. The tasks with solutions that can be used in training sessions by students are presented.

Keywords: higher education, engineering, mathematics, integral calculus

For citation: Borisenko E. A. The use of integral calculus in the preparation of engineering students. Proceedings from Current issues of energy in the agro-indus-

trial complex: Vserossiiskaya (natsional'naya) nauchno-prakticheskaya konferentsiya. (PP. 302–307), Blagoveshchensk, Dal'nevostochnyi gosudarstvennyi agrarnyi universitet, 2025 (in Russ.).

Математика является немаловажной частью любого полноценного образования. При ее изучении формируются интеллектуальные умения, необходимые каждому человеку, вне зависимости от того, в какой сфере деятельности он будет занят в дальнейшей жизни [1].

Одним из ключевых разделов математического анализа является интегральное исчисление, в котором изучаются свойства и способы вычисления неопределенных и определенных интегралов, методы интегрирования, а также геометрические и физические приложения определенного интеграла.

Основные понятия интегрального исчисления были заложены в работах И. Ньютона и Г. Лейбница в конце XVII в. (символ интеграл введен в 1675 г.). Г. Лейбницу принадлежит термин «интегральное исчисление» и обозначение интеграла ($\int y dx$). Возникновение задач интегрального исчисления связано с нахождением площадей плоских фигур, объемов тел вращения, длин кривых.

Интегральное исчисление решает следующую задачу: найти функцию $F(x)$, зная ее производную $F'(x)=f(x)$ (или дифференциал).

Функция $F(x)$ называется первообразной функции $f(x)$ на интервале $(a; b)$, если для любого $x \in (a; b)$ выполняется равенство:

$$F'(x) = f(x) \text{ или } dF(x) = f(x)dx$$

Если функция $F(x)$ является первообразной функции $f(x)$ на интервале $(a; b)$, то множество всех первообразных для функции $f(x)$ задается формулой: $F(x)+C$, где C – постоянное число [2, С. 193].

Множество всех первообразных функций $F(x)+C$ для функции $f(x)$ называется неопределенным интегралом от функции $f(x)$ и обозначается следующим образом: $\int f(x)dx$.

Методы интегрирования, включая подстановку (замена переменной), интегрирование по частям и тригонометрические подстановки, предоставляют мощные инструменты для решения разнообразных математических задач.

На лекционных занятиях по дисциплине «Математика» обучающиеся первого курса часто задаются вопросом, как понятие интеграла и его приложения связаны с реальной практикой.

Интегральное исчисление имеет важное значение в различных инженерных дисциплинах, так как позволяет моделировать и анализировать множество физических явлений. В области *механики* интегралы используются для расчета работы сил, определяя обратную связь между силой и перемещением, а также для вычисления момента инерции. В области *термодинамики* они помогают в вычислении работы, совершенной газами, что важно для проектирования двигателей. *Инженеры-строители* применяют интегральные методы для оценки нагрузок на конструкции, обеспечивая безопасность и устойчивость зданий и мостов. В *электротехнике* интегралы помогают в анализе электрических цепей, позволяя вычислять такие параметры, как заряд и поток энергии.

При изучении определенного интеграла целесообразно применять задачи практического характера, поскольку это способствует повышению мотивации изучения данного раздела математического анализа и более осознанному усвоению теоретического материала [3].

Рассмотрим прикладные задачи, которые можно предложить обучающимся первого курса при изучении интегрального исчисления [4, 5].

Задача 1. *Вычислите работу, затраченную на выкачивание бензина из цистерны, имеющей форму цилиндрического резервуара высотой 10 м и радиусом основания 5 м. Удельный вес бензина $\delta = 78 \cdot 10^3$ н/м³.*

Решение. Работа A , произведенная силой $F(x)$, направленной вдоль оси Ox , при перемещении материальной точки вдоль оси от a до b , равна определенному интегралу на отрезке $[a; b]$ от функции $F(x)$:

$$A = \int_a^b F(x) dx.$$

Величина силы $F(x)$ для сечения цилиндра плоскостью $x = const$ определяется весом слоя бензина, верхнего по отношению к этому сечению:

$$F(x) = \pi R^2 \delta (H - x), \quad x \in [0, 10]$$

Тогда работа (в джоулях), затраченная на выкачивание бензина из цистерны, будет определена следующим образом:

$$A = \int_0^{10} \pi 5^2 78 \cdot 10^3 (10 - x) dx = -\frac{25 \cdot 78 \cdot 10^3 \pi}{2} (10 - x)^2 \Big|_0^{10} = 3061,5 \cdot 10^5$$

Задача 2. Найдите общее количество произведенного оборудования за два года, если $k = 5\%$ ежегодного роста, $y_0 = 10$ у. е.

Решение. Производство оборудования характеризуется темпом роста его выпуска, определяемого выражением:

$$K = \frac{y'(t)}{y(t)}$$

При этом K – ежегодный темп роста; $y'(t)$ – прирост выпуска оборудования за промежуток времени $t = 1$; $y(t)$ – уровень производства за единицу времени на момент времени t .

Общее количество оборудования к моменту времени t (единицей которого является год), при этом в начальный момент времени $t = 0$ уровень ежегодного производства оборудования составлял y_0 , находится по формуле:

$$Y(t) = \int_0^t y_0 e^{kt} dt$$

Применяя данную формулу, получим:

$$Y(t) = \int_0^2 10 e^{0,05t} dt = 10 \cdot \frac{100}{5} e^{0,05t} \Big|_0^2 = \frac{1000}{5} (e^{0,1} - e^0) =$$

$$= 200(\sqrt[10]{e} - 1) = 20 \text{ у. е.}$$

Заключение. *Применение интегралов в преподавании студентам инженерных специальностей является многогранным и незаменимым. Освоение этих математических инструментов не только улучшает качество проектирования, но и способствует созданию безопасных, эффективных и инновационных решений.*

Список источников

1. Усова Л. Б., Шакирова Д. У. Практико-ориентированный подход к формированию математической компетентности студентов направления подготовки «Математика и компьютерные науки» // Вестник Оренбургского государственного университета. 2018. № 1 (213). С. 77–83.
2. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Часть 1. М. : Айрис-пресс, 2003. 288 с.
3. Кострова Ю. С. Прикладные задачи по математике в обучении студентов аграрных вузов // Молодой ученый. 2014. № 3 (62). С. 931–933.
4. Раджабов Т. Б., Саидова Ф. Х. Решение задач с физическим содержанием на практических занятиях по математике – одно из основных средств профессиональной подготовки будущих учителей физики // Вестник педагогического университета. Серия педагогических и психологических наук. 2021. № 1 (5). С. 15–21.
5. Гавриш Т. И., Станишевская Л. В. Применение определенного интеграла в экономических расчетах : учебно-методическое пособие. Минск : Белорусский государственный экономический университет, 2017. 59 с.

References

1. Usova L. B., Shakirova D. U. Practice-oriented approach to the formation of mathematical competence of students at the "Mathematics and computer sciences" training program. *Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2018;1(213):77–83 (in Russ.).
2. Pismennyi D. T. *Lecture notes on higher mathematics. Part 1*, Moscow, Airis-press, 2003, 288 p. (in Russ.).

3. Kostrova Yu. S. Applied tasks on mathematics in teaching students of agrarian universities. *Molodoi uchenyi*, 2014;3(62):931–933 (in Russ.).

4. Radzhabov T. B., Saidova F. Kh. Solution of problems with physical content in practical classes in mathematics – one of the basis means for professional training of future teachers of physics. *Vestnik pedagogicheskogo universiteta. Seriya pedagogicheskikh i psikhologicheskikh nauk*, 2021;1(5):15–21 (in Russ.).

5. Gavrish T. I., Stanishevskaya L. V. *The use of a certain integral in economic calculations: educational and methodical manual*, Minsk, Belorusskii gosudarstvennyi ekonomicheskii universitet, 2017, 59 p. (in Russ.).

© Борисенко Е. А., 2025

Статья поступила в редакцию 16.12.2024; одобрена после рецензирования 25.12.2024; принята к публикации 04.02.2025.

The article was submitted 16.12.2024; approved after reviewing 25.12.2024; accepted for publication 04.02.2025.